Supplerende forløb om pengestrømme

Bogens side 56-62 drejer sig om ”Kapitalfremskrivning”. Vi vil i dette supplerende forløb bygge lidt videre på bogens indhold og se på anvendelsen af kapitalfremskrivning. Stoffet er ment som et muligt supplement til kernestoffet, og du skal derfor høre din lærer, om det er én af de veje, klassen skal forfølge. Dette forløb kunne også anvendes som oplæg til projektarbejde.

Inden I går i gang, kan det være en fordel at have læst bogens kapitler om ”Hvad er en variabel?” og ”Funktioner: sammenhænge mellem variable” s. 97-112.

Teorien om pengestrømme handler om at se på penges værdi til forskellige tidspunkter.
Pengestrømme er således en del af økonomisk teori – og derfor kan det være vanskeligt at konkretisere ved eksempler. I materialet har vi dog forsøgt at konkretisere begreberne så meget som muligt. Teorien om pengestrømme anvendes på obligationer (en type af værdipapir) i meget stor stil i bankverdenen. I de opgaver der hører til forløbet her, indgår obligationer.

De helt centrale spørgsmål i dette materiale vil være spørgsmål som:

- Hvad er værdien *set fra i dag* af at få 100 kr stukket i hånden om to år?
- Hvad er værdien *set fra i dag* af at få 100 kr stukket i hånden om otte år?
- Hvordan sammenligner man værdien – set fra i dag – af penge man får på forskellige tidpunkter i fremtiden?

Penges værdi afhængig af tid – ”tidsværdi”

De fleste vil foretrække at få 100 kr. i dag fremfor 100 kr. om et år. Hvorfor? Fordi man kan sætte 100 kr..i banken i dag og få rente i et år, og derved har man mere end 100 kr. om et år.

Det er *princippet om penges tidsværdi:* Enhver der modtager penge, ønsker dem så hurtigt så muligt, og tilsvarende ønsker en betaler at udskyde betalingen mest muligt.

I princippet om penges tidsværdi indgår følgende begreber – som alle bliver forklaret i det følgende:

- nutidsværdi
- fremtidsværdi

Formlen for kapitalfremskrivning er (se s. 56 i bogen):

$$K = K_0 \cdot (1+r)^n \text{ (fremtidsværdiformlen)}$$

I bankverdenen vil man sige:

> ”Hvis jeg har beløbet K_0 i dag, så kan vi med formlen for kapitalfremskivning beregne *fremtidsværdien*, K, af beløbet K_0 - givet at rentefoden er r.

At have *nutidsværdien* K_0 svarer altså til at have *fremtidsværdien* K om n terminer."

Omvendt kan man sige at hvis vi kender *fremtidsværdien* K, så kan vi beregne den tilsvarende *nutidsværdi*. Der gælder:

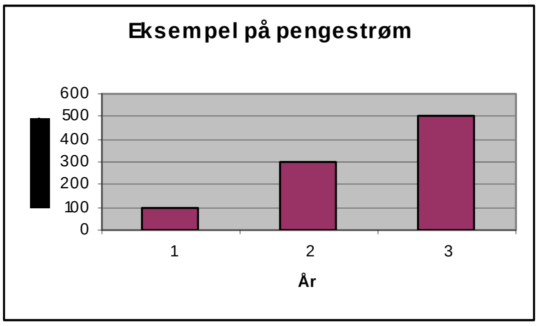
$$K_0 = \frac{K}{(1+r)^n} \quad \text{(nutidsværdiformlen)}$$

Denne formel er det vigtigste redskab i behandlingen af "pengestrømme". Den vil vi anvende til at vurdere hvor meget – set fra i dag - K kr. er værd hvis vi får dem om n terminer og rentefoden er konstant r.

K kr. som vi får om n terminer, svarer altså til nutidsværdien K_0, dvs. det er li-gegyldigt om vi får K kr. om n terminer eller K_0 i dag (vi kan blot sætte pengene i banken og dermed få K kr. om n terminer).

Eksempel:

Vi forestiller os at vi råder over en *pengestrøm*: Vi får 100 kr. om ét år, 300 kr. om to år og 500 kr. om tre år. Den årlige rente antages at være 3,5% og at være konstant. Hvad svarer disse beløb vi får i fremtiden til at få *i dag*?



Hvad er den samlede nutidsværdi (NV) da af denne pengestrøm?

- Nutidsværdiformlen $K_0 = \frac{K}{(1+r)^n}$ kan bruges til at beregne nutidsværdien af de 100 kr. som vi får om ét år:

  $$K_0 = \frac{100}{(1+0{,}035)^1} = 96{,}6184$$

  Dette er altså værdien *set fra i dag* af at få 100 kr. stukket i hånden om et år.

- Nutidsværdiformlen kan også bruges til at beregne nutidsværdien af de 300 kr. som vi får om to år:

  $$K_0 = \frac{300}{(1+0{,}035)^2} = 280{,}0530$$

Dette er altså værdien *set fra i dag* af at få 300 kr. stukket i hånden om to år.

- Endelig kan nutidsværdiformlen bruges til at beregne nutidsværdien af de 500 kr. som vi får om tre år:

$$K_0 = \frac{500}{(1+0{,}035)^3} = 450{,}9710$$

Dette er altså værdien *set fra i dag* af at få 500 kr. stukket i hånden om tre år.

Den samlede nutidsværdi (NV) fås ved at lægge sammen (regnet i kr.):

$$NV = \frac{100}{(1+0{,}035)^1} + \frac{300}{(1+0{,}035)^2} + \frac{500}{(1+0{,}035)^3} = 96{,}6184 + 280{,}0530 + 450{,}9710 = 827{,}64$$

Nutidsværdien på 827,64 kr. er altså værdien af at få 100 kr. om et år, 300 kr. om to år og 500 kr. om tre år – *set fra i dag*. I en vis forstand kan man sige at det er ligegyldigt om jeg får 827,64 kr. *i dag* i hånden – eller om jeg får 100 kr. om et år plus 300 kr. om to år plus 500 kr. om tre år. Det er ligegyldigt i den forstand at 827,64 kr. kan sættes i banken og *blive præcis* til den pengestrøm vi får i fremtiden.

Denne udregning af nutidsværdier bruges altså til at sammenligne nutidsværdier for forskellige fremtidige pengestrømme.

Skrabelod: $7 \cdot 9 \cdot 13$ Ekstra månedløn

Metoden kan bruges på mange forskellige pengestrømme.
Forestil dig at du på et Quick-skrabelod vinder retten til at modtage 13 000 kr. hver måned i tretten år. Hvad er det værd *set fra i dag?* Med andre ord: Hvad kunne du sælge loddet til i dag?

Sagen er at du er nødt til at se på *nutidsværdien*. Du får mindre end:

$$12 \cdot 13 \cdot 13000 = 2\ 028\ 000 \text{ kr.}$$

da du først får pengene lidt efter lidt ude i fremtiden.

Diskontering

Lad os igen prøve at se på eksemplet hvor vi beregnede nutidsværdien ovenfor. Vi kan omskrive udtrykket for nutidsværdien på følgende måde:

$$NV = \frac{100}{(1+0{,}035)^1} + \frac{300}{(1+0{,}035)^2} + \frac{500}{(1+0{,}035)^3} = 100 \cdot \frac{1}{(1+0{,}035)^1} + 300 \cdot \frac{1}{(1+0{,}035)^2} + 500 \cdot \frac{1}{(1+0{,}035)^3}$$

På lommeregneren kan man udregne:

$$\frac{1}{(1+0{,}035)^1} = 0{,}966184 \ og \ \frac{1}{(1+0{,}035)^2} = 0{,}933511 \ samt \ \frac{1}{(1+0{,}035)^3} = 0{,}901943$$

Herefter kan vi skrive nutidsværdien i eksemplet:

$$NV = 100 \cdot 0{,}966184 + 300 \cdot 0{,}933511 + 500 \cdot 0{,}901943$$

Vi ser at de 100 kr. man får efter 1 år ganges med faktoren 0,966184, de 300 kr., der falder efter to år, skal ganges med faktoren 0,933511, mens de 500 kr. ganges med 0,901943. Disse faktorer kaldes *diskonteringsfaktorer*, da de kan bruges til at *tilbagediskontere* (omregne) et beløb til en nutidsværdi. Bemærk at diskonteringsfaktorerne minder om fremskrivningsfaktoren, men de virker bare ”den modsatte vej” ved at omregne et fremtidigt beløb til en nutidsværdi.
.
Vi kan indføre betegnelsen d_i for diskonteringsfaktoren hørende til beløb vi får i hånden om *i* år – beløb hvis nutidsværdi vi ønsker at kende. Af ovenstående har vi da:

$$d_1 = 0{,}966184 \ og \ d_2 = 0{,}933511 \ samt \ d_3 = 0{,}901943$$

Hvis vi i stedet for 100 kr. om ét år, 300 om to år og 500 kr. om tre år, får 200 kr. om ét år, 1000 om to år og 3000 kr. om tre år, kunne den samlede nutidsværdi udregnes:

$$NV = 200 \cdot d_1 + 1000 \cdot d_2 + 3000 \cdot d_3 = 200 \cdot 0{,}966184 + 1000 \cdot 0{,}933511 + 3000 \cdot 0{,}901943 = 3832{,}58$$

Når vi har de tre diskonteringsfaktorer, kan vi altså hurtigt beregne nutidsværdien af en 3-årig pengestrøm.

Fortolkning af diskonteringsfaktorerne

Formlen for diskonteringsfaktoren d_i er givet ved:

$$d_i = \frac{1}{(1+r)^i}$$

Hvis vi skal finde nutidsværdien af 10 000 kr. vi får om tre år, skal vi gange 10 000 kr. med d_3 .

Hvis vi skal finde nutidsværdien af 10 000 kr. vi får om fire år, skal vi gange 10 000 kr. med d_4 osv.

Vi ser også at d_3 er mindre end d_1. Dette stemmer overens med forestillingen om at 100 kr. betalt om et år, er mere værd end 100 kr. vi får i hånden om tre år.

$$NV = 100 \cdot d_1 = 100 \cdot 0{,}966184 = 96{,}62$$

$$NV = 100 \cdot d_3 = 100 \cdot 0{,}901943 = 90{,}19$$

Vi kan altså se at 100 kr. udbetalt om et år, svarer til at få udbetalt noget over 96 kr. i dag, og 100 kr. udbetalt om tre år svarer til at få udbetalt lidt over 90 kr. i dag.

Alt dette hviler på den årlige rente er 3,5 % da vi beregner diskonteringsfaktorerne via formlen:

$$d_i = \frac{1}{(1+r)^i}$$

og heri indsatte vi r = 0,035.

Når renten ændres

Hvad sker der med nutidsværdien af en pengestrøm når rentefoden ændres? Lad os se på det:

I eksemplet ovenfor regnede vi med r = 0,035:

$$NV = 100 \cdot \frac{1}{(1+0{,}035)^1} + 300 \cdot \frac{1}{(1+0{,}035)^2} + 500 \cdot \frac{1}{(1+0{,}035)^3} = 100 \cdot 0{,}966184 + 300 \cdot 0{,}933511 + 500 \cdot 0{,}901943 = 827{,}$$

Hvis vi i stedet regner med r = 0,050, fås:

$$NV = 100 \cdot \frac{1}{(1+0{,}050)^1} + 300 \cdot \frac{1}{(1+0{,}050)^2} + 500 \cdot \frac{1}{(1+0{,}050)^3} = 100 \cdot 0{,}952381 + 300 \cdot 0{,}907029 + 500 \cdot 0{,}863838 = 799{,}27$$

Vi ser følgende:

- ***Nutidsværdien af pengestrømmen falder når rentefoden øges***
- ***Diskonteringsfaktorerne mindskes når rentefoden øges***

Ser man på formlen for diskonteringsfaktoren, kan man forvisse sig om at dette gælder generelt og ikke bare i det viste eksempel.

Sammenfatning: beregning af nutidsværdi

Vi betragter en pengestrøm med beløbene $c_1, c_2, c_3, ..., c_n$, hvor f.eks. c_3 betegner beløbet der betales efter tre år. Hvis rentefoden er r, kan nutidsværdien af pengestrømmen beregnes ved følgende formel:

$$NV = c_1 \cdot d_1 + c_2 \cdot d_2 + c_3 \cdot d_3 + ... + c_n \cdot d_n$$

hvor diskonteringsfaktoren d_i bestemmes ved formlen: $d_i = \dfrac{1}{(1+r)^i}$

En pengestrøm hvor vi får 100 kr. om ét år, 300 om to år og 500 kr. om tre år, kan med denne skrivemåde angives:

$$(c_1, c_2, c_3) = (100{,}300{,}500).$$

Renten r kaldes i bankverdenen også for den "effektive rente" for pengestrømmen. Groft sagt kan vi her anse den effektive rente for at være den rente man kan tjene på andre alternative investeringer. Denne rente fastlægger altså markedsprisen på pengestrømmen.

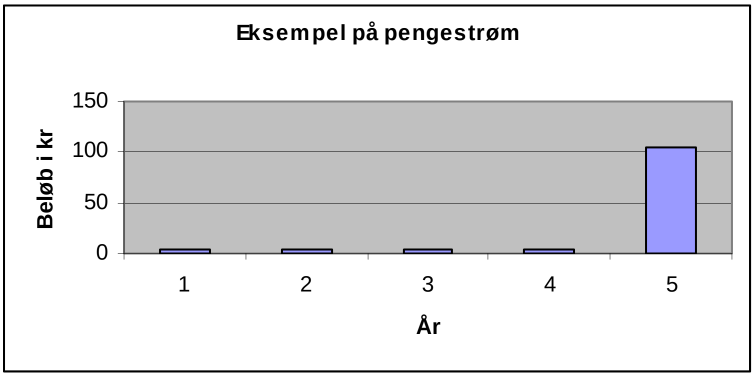
Rentefølsomhed

Til pengestrømme kan vi knytte et nyt begreb: rentefølsomhed.

Ved ***rentefølsomheden*** *for en pengestrøm forstås den procentvise ændring i pengestrømmens nutidsværdi ved en stigning i rentefoden på ét procentpoint.*
Vi betegner rentefølsomheden D.

Læs evt. om "procentpoint" side 44 i bogen.

Eksempel 1



Lad os se på nutidsværdien af pengestrømmen $(c_1, c_2, c_3, c_4, c_5) = (4{,}4{,}4{,}4{,}104)$ når rentefoden er 3%:

$$NV = c_1 \cdot d_1 + c_2 \cdot d_2 + c_3 \cdot d_3 + c_4 \cdot d_4 + c_5 \cdot d_5 =$$

$$4 \cdot \frac{1}{1+0{,}03} + 4 \cdot \frac{1}{(1+0{,}03)^2} + 4 \cdot \frac{1}{(1+0{,}03)^3} + 4 \cdot \frac{1}{(1+0{,}03)^4} + 104 \cdot \frac{1}{(1+0{,}03)^5} = 104{,}58$$

Stiger rentefoden nu til 4%, dvs. med 1 procentpoint, fås nutidsværdien:

$$NV = c_1 \cdot d_1 + c_2 \cdot d_2 + c_3 \cdot d_3 + c_4 \cdot d_4 + c_5 \cdot d_5 =$$

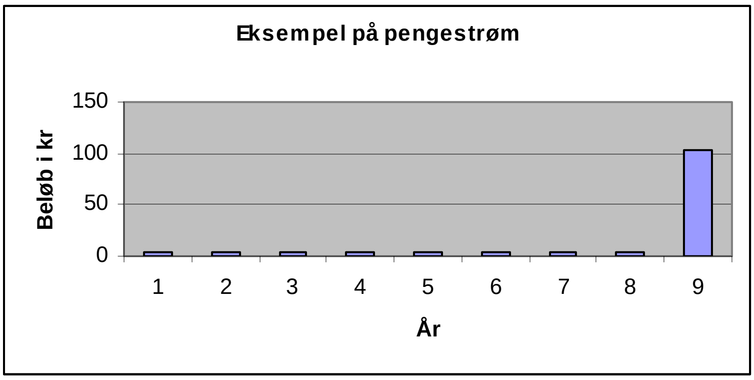
$$4 \cdot \frac{1}{1+0{,}04} + 4 \cdot \frac{1}{(1+0{,}04)^2} + 4 \cdot \frac{1}{(1+0{,}04)^3} + 4 \cdot \frac{1}{(1+0{,}04)^4} + 104 \cdot \frac{1}{(1+0{,}04)^5} = 100$$

Dette betyder at rentefølsomheden D kan udregnes ved:

$$D = \frac{100}{104{,}58} - 1 = -0{,}0438 = -4{,}38\%$$

Se eventuelt i bogen side 47 om udregning af procentændring.
Bemærk at rentefølsomheden bliver negativ fordi nutidsværdien af pengene bliver mindre i takt med at rentefoden øges (da bliver diskonteringsfaktorerne jo mindre).

Eksempel 2



Lad os se på nutidsværdien af en lidt længere pengestrøm:

$(c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6, c_7, c_8, c_9) = (4{,}4{,}4{,}4{,}4{,}4{,}4{,}4{,}104)$, når rentefoden er 3%.

$$NV = c_1 \cdot d_1 + c_2 \cdot d_2 + c_3 \cdot d_3 + c_4 \cdot d_4 + c_5 \cdot d_5 + c_6 \cdot d_6 + c_7 \cdot d_7 + c_8 \cdot d_8 + c_9 \cdot d_9 =$$

$$4 \cdot \frac{1}{1+0{,}03} + 4 \cdot \frac{1}{(1+0{,}03)^2} + 4 \cdot \frac{1}{(1+0{,}03)^3} + 4 \cdot \frac{1}{(1+0{,}03)^4} +$$

$$4 \cdot \frac{1}{(1+0{,}03)^5} + 4 \cdot \frac{1}{(1+0{,}03)^6} + 4 \cdot \frac{1}{(1+0{,}03)^7} + 4 \cdot \frac{1}{(1+0{,}03)^8} + 104 \cdot \frac{1}{(1+0{,}03)^9} = 107{,}79$$

Stiger rentefoden nu til 4%, dvs. med 1 procentpoint, fås nutidsværdien:

$$NV = c_1 \cdot d_1 + c_2 \cdot d_2 + c_3 \cdot d_3 + c_4 \cdot d_4 + c_5 \cdot d_5 + c_6 \cdot d_6 + c_7 \cdot d_7 + c_8 \cdot d_8 + c_9 \cdot d_9 =$$

$$4 \cdot \frac{1}{1+0{,}04} + 4 \cdot \frac{1}{(1+0{,}04)^2} + 4 \cdot \frac{1}{(1+0{,}04)^3} + 4 \cdot \frac{1}{(1+0{,}04)^4} +$$

$$4 \cdot \frac{1}{(1+0{,}04)^5} + 4 \cdot \frac{1}{(1+0{,}04)^6} + 4 \cdot \frac{1}{(1+0{,}04)^7} + 4 \cdot \frac{1}{(1+0{,}04)^8} + 104 \cdot \frac{1}{(1+0{,}04)^9} = 100{,}00$$

Rentefølsomheden D er da givet ved $D = \frac{100}{107{,}79} - 1 = -0{,}0723 = -7{,}23\%$

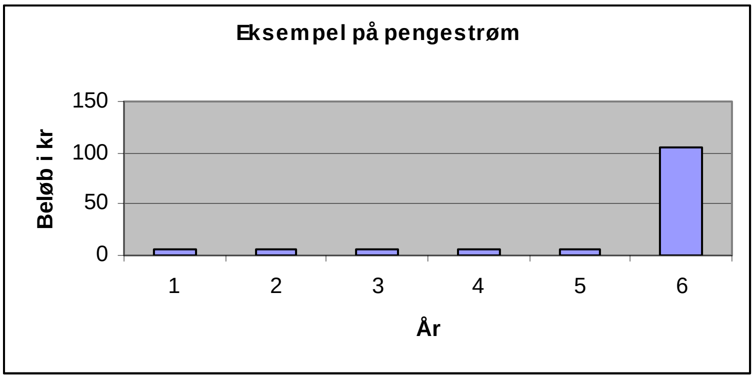
Hvis vi sammenligner med det foregående eksempel, kan vi se at rentefølsomheden ændredes fra -4,38% til -7,23% da vi øgede længden af pengestrømmen.

Sammenhængen mellem renteniveau og rentefølsomhed

Når vi betragter en pengestrøm, viser det sig at beregningen af rentefølsomheden afhænger af *renteniveauet.* Det er ikke ligegyldigt om vi beregner den procentvise ændring i nutidsværdien af pengestrømmen ved en renteændring fra 3% til 4%, eller om vi beregner den ved en renteændring fra 5% til 6%.

Lad os se på et eksempel.

Eksempel 3



Vi ser på pengestrømmen $(c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6) = (6,6,6,6,6,106)$. Vi beregner rentefølsomheden ved en ændring fra renteniveauet 3% til 4%:

Nutidsværdi ved rente på 3%:

$$NV = c_1 \cdot d_1 + c_2 \cdot d_2 + c_3 \cdot d_3 + c_4 \cdot d_4 + c_5 \cdot d_5 + c_6 \cdot d_6 =$$

$$6 \cdot \frac{1}{1+0{,}03} + 6 \cdot \frac{1}{(1+0{,}03)^2} + 6 \cdot \frac{1}{(1+0{,}03)^3} + 6 \cdot \frac{1}{(1+0{,}03)^4} + 6 \cdot \frac{1}{(1+0{,}03)^5} + 106 \cdot \frac{1}{(1+0{,}03)^6} = 116{,}25$$

Nutidværdi ved rente på 4%:

$$NV = c_1 \cdot d_1 + c_2 \cdot d_2 + c_3 \cdot d_3 + c_4 \cdot d_4 + c_5 \cdot d_5 + c_6 \cdot d_6 =$$
$$6 \cdot \frac{1}{1+0{,}04} + 6 \cdot \frac{1}{(1+0{,}04)^2} + 6 \cdot \frac{1}{(1+0{,}04)^3} + 6 \cdot \frac{1}{(1+0{,}04)^4} + 6 \cdot \frac{1}{(1+0{,}04)^5} + 106 \cdot \frac{1}{(1+0{,}04)^6} = 110{,}48$$

Dermed bliver rentefølsomheden ved ændring af renten fra 3% til 4%:

$$D = \frac{110{,}48}{116{,}25} - 1 = -0{,}0496 = -4{,}96\%$$

Lad os også beregne rentefølsomheden ved en ændring fra renteniveauet 5% til 6%:
Nutidsværdi ved rente på 5%:

$$NV = c_1 \cdot d_1 + c_2 \cdot d_2 + c_3 \cdot d_3 + c_4 \cdot d_4 + c_5 \cdot d_5 + c_6 \cdot d_6 =$$
$$6 \cdot \frac{1}{1+0{,}05} + 6 \cdot \frac{1}{(1+0{,}05)^2} + 6 \cdot \frac{1}{(1+0{,}05)^3} + 6 \cdot \frac{1}{(1+0{,}05)^4} + 6 \cdot \frac{1}{(1+0{,}05)^5} + 106 \cdot \frac{1}{(1+0{,}05)^6} = 105{,}08$$

Nutidværdi ved rente på 6%:

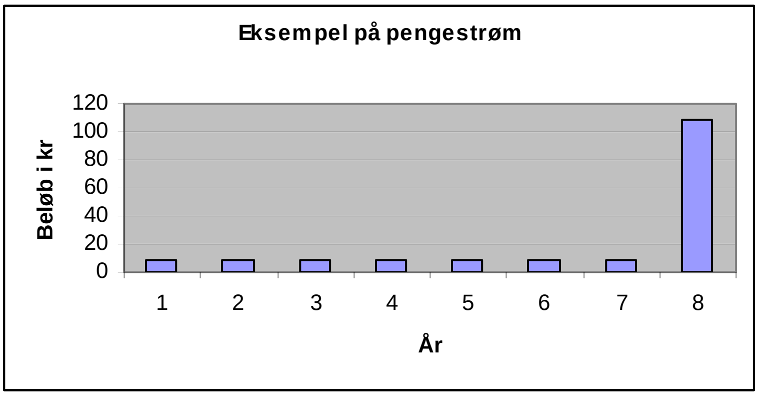
$$NV = c_1 \cdot d_1 + c_2 \cdot d_2 + c_3 \cdot d_3 + c_4 \cdot d_4 + c_5 \cdot d_5 + c_6 \cdot d_6 =$$
$$6 \cdot \frac{1}{1+0{,}06} + 6 \cdot \frac{1}{(1+0{,}06)^2} + 6 \cdot \frac{1}{(1+0{,}06)^3} + 6 \cdot \frac{1}{(1+0{,}06)^4} + 6 \cdot \frac{1}{(1+0{,}06)^5} + 106 \cdot \frac{1}{(1+0{,}06)^6} = 100{,}00$$

Dermed bliver rentefølsomheden ved ændring af renten fra 5% til 6%:

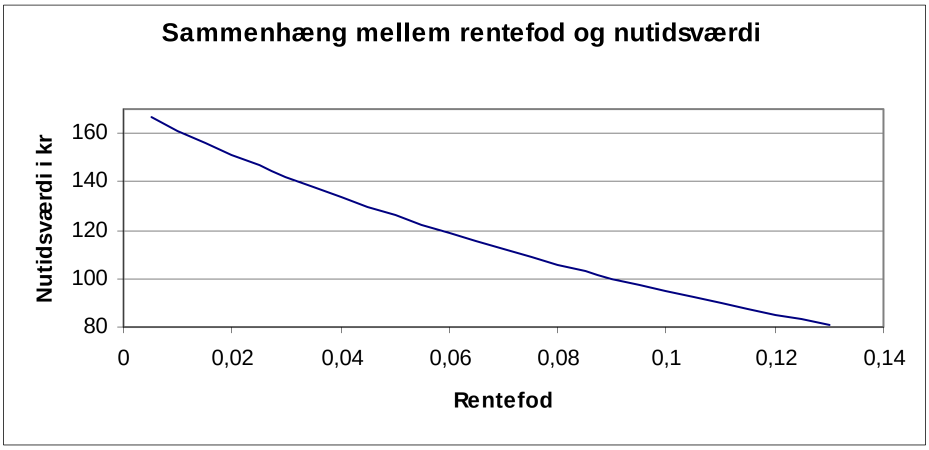
$$D = \frac{100{,}00}{105{,}08} - 1 = -0{,}0483 = -4{,}83\%$$

Vi ser at rentefølsomheden er tættere på 0 ved en rentestigning fra 5% til 6% og end ved en rentestigning fra 3% til 4%.

Hvis vi tegner en graf der viser sammenhængen mellem renten og nutidsværdi for en given pengestrøm, bliver ovenstående klarere. Lad os se på pengestrømmen $(c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6, c_7, c_8) = (9{,}9{,}9{,}9{,}9{,}9{,}9{,}109)$.

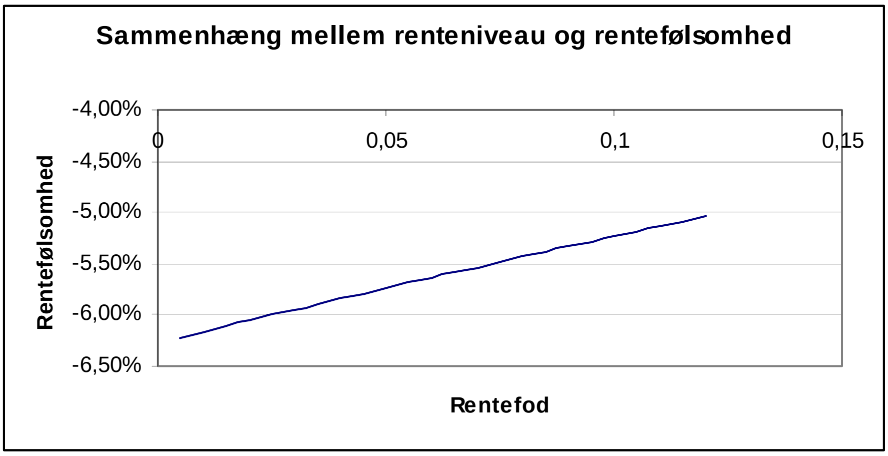


Der er her følgende sammenhæng mellem rentefod (dvs. rente som decimalbrøk) og nutidsværdi:



Vi ser at hældningen på nutidsværdigrafen bliver mindre kraftigt efterhånden som rentefoden øges, svarende til at rentefølsomheden kommer tættere på 0. For at få et overblik over hældningen, kan man lægge en lineal på grafen og forsøge at få linealen til at være tangent til grafen.

Tegner man en graf over sammenhængen mellem rentefod og rentefølsomhed for den betragtede pengestrøm fås følgende:



Vi konkluderer ud fra denne graf at jo højere renten er, jo større er rentefølsomheden (idet rentefølsomheden er negativ og f.eks. er -5,00% større end -6,00%).

Løst udtrykt kan man sige at grafen for rentefølsomheden ”flader ud” når vi lader rentefoden vokse (når vi går mod højre ad x-aksen).

Opgaver

Opgave 1
Vi forestiller os at vi råder over en *pengestrøm*: Vi får 50 kr. om to år og 150 kr. om tre år. Den årlige rente antages at være 9%.

Hvad er nutidsværdien af denne pengestrøm?

Svar:
157,91 kr.

Opgave 2
Vi forestiller os at vi kan vælge mellem to *pengestrømme*. Den årlige rente er 11%.

Pengestrøm 1: Vi får 5 000 kr. om ti år og 10 000 kr. om tyve år.

Pengestrøm 2: Vi får 3 400 kr. om ét år og 30 kr. om to år.

Hvilken nutidsværdi er størst?

Svar:
Nutidsværdien for pengestrøm 2 er størst.

Opgave 3
Vi forestiller os at vi ejer en obligation der giver *pengestrømmen*: 5 kr. om ét år, 5 kr. om to år, 5 kr. om tre år og 105 kr. om fire år (en såkaldt 4 årig, fastforrentet 5% obligation af typen stående lån)

Den årlige rente antages at være 4%.

Hvad er nutidsværdien af obligationen?

Svar:
103,63 kr.

Opgave 4
En *nulkuponobligation* er en obligation hvor man ikke får rentebetalinger undervejs, men blot får et beløb til sidst når obligationen udløber.

Eksempler:
En bestemt 5-årig nulkuponobligation er en pengestrøm der giver 1 kr. om 5 år (og ikke andet)

En anden 10-årig nulkuponobligation er en pengestrøm der giver 1 kr. om 10 år (og ikke andet).

Antag at den årlige rente er 7%.

a) Hvad er nutidsværdien af den 5-årige nulkuponobligation?

b) Hvad er nutidsværdien af den 10-årige nulkuponobligation?

c) Antag af renten stiger fra 7% til 8%. Hvilken nulkuponobligation falder mest i pris?

Svar:
a) 0,71 kr., b) 0,51 kr., c) den 10-årige nulkuponobligation falder mest i pris.

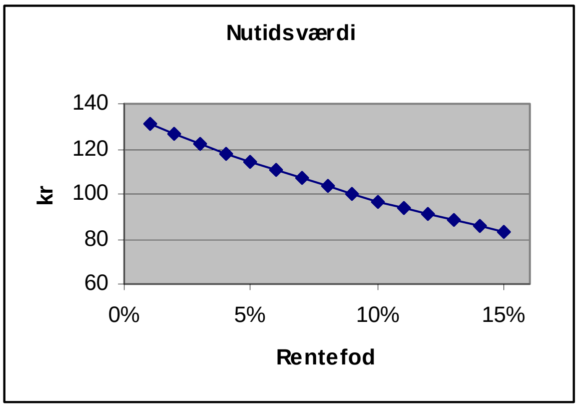
Opgave 5
Nutidsværdien, NV, på en bestemt obligation kan udregnes efter formlen:

$$NV = \frac{9}{(1+r)^1} + \frac{9}{(1+r)^2} + \frac{9}{(1+r)^3} + \frac{109}{(1+r)^4}$$ hvor r er rentefoden.

Tegn en graf hvor r afsættes på x-aksen og NV afsættes på y-aksen. Lad r ligge mellem 0,01 (1%) og 0,15 (15%). Brug gerne et regneark.

Hvad sker der med prisen på obligationen når r stiger?

Svar:



Prisen falder når r øges.

Opgave 6
Priserne p_1, p_2 og p_3 på tre bestemte 9% obligationer viser sig at kunne udregnes efter formlerne:

En 1-årig obligation: $p_1 = \frac{109}{(1+r)^1}$ (r er rentefoden)

En 2-årig obligation: $p_2 = \frac{9}{(1+r)^1} + \frac{109}{(1+r)^2}$ (r er rentefoden)

En 3-årig obligation: $p_3 = \frac{9}{(1+r)^1} + \frac{9}{(1+r)^2} + \frac{109}{(1+r)^3}$ (r er rentefoden)

Hvis r stiger fra 0,04 til 0,05, falder priserne på obligationerne.

a) Hvilken obligation falder regnet i % mest i pris?

b) Formuler i ord en hypotese om sammenhængen mellem *længden* (1 år, 2 år, 3 år, …) på 9% obligationerne af samme type og prisændringerne ved rentestigninger fra 0,04 til 0,05.

Svar:
a) Den 3-årige obligation falder procentuelt mest i pris
b) Jo længere obligation af den viste type, jo større prisændringer ved rentestigninger fra 4% til 5%.