

Bevis for arealfunktionen – 'gør det selv'-format

Hjælp til beviset for $A'(x) = f(x)$ der står s. 136-137 i bogen.

Hvad er arealfunktionen?

Arealfunktionen beskriver et areal. Fra hvilken x -værdi til hvilken x -værdi? Hvad skal der gælde om y -værdierne? Tegn en skitse der tydeligt beskriver det areal som arealfunktionen bestemmer (skraver arealet).

Sætningen

Funktionen $f(x)$ (dvs. den funktion hvis graf vi betragter) skal være kontinuert og skal have positive funktionsværdier i et interval. Den tilhørende arealfunktion $A(x)$ vil da være differentiabel, og sammenhængen mellem $f(x)$ og $A(x)$ er at $A'(x) = f(x)$, dvs. at $A(x)$ er stamfunktion til $f(x)$.

Beviset – i 'gør det selv'-format

Vi ønsker at undersøge om A er differentiabel. Men A bestemmes ud fra f . Vi nøjes med at se på situationen hvor f er voksende. Tegn en skitse som den nederste graf s. 136.

- **Første trin**

Skriv hvad ΔA er lig med.

- **Andet trin**

Skriv først hvad $\frac{\Delta A}{h}$ giver lig med.

Nu skal I betragte tre arealer:

- Det første areal er det areal der på x -aksen går mellem x og $x + h$ og på y -aksen har højden $f(x)$. Det er det mindste areal. Tegn en skitse hvor I skraverer dette. Notér hvordan arealet af dette rektangel beregnes (højde gange bredde).
- Det andet areal er det areal der på x -aksen går mellem x og $x + h$ og på y -aksen har højden $f(x + h)$. Det er det største areal. Tegn en ny skitse hvor I skraverer dette. Notér hvordan arealet af dette rektangel beregnes.
- Det tredje areal er det areal på x -aksen går mellem x og $x + h$ og på y -aksen ligger mellem grafen for f og x -aksen. Det er det mellemste areal. Tegn igen en ny skitse hvor I skraverer dette.

I skal nu skrive en ulighed der beskriver forholdet mellem disse tre arealer. Skriv på formen:

(Det mindste areal) \leq (Det mellemste areal) \leq (Det største areal)

Dividér derefter med h i alle tre led (vi vælger at h skal være positiv).

- **Tredje trin**

Vi lader nu h gå mod 0:

- Hvad går $f(x)$ mod?
- Hvad går $f(x + h)$ mod? HUSK at **kontinuitet** skal nævnes ☺

Hvad er konklusionen? Skriv med ord konklusionen ned. Hvad har I vist?