Kvadratsætninger

I bogen side 24 omtaler vi udregninger af nogle særlige parenteser, nemlig sætningerne:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \tag{1}$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \tag{2}$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2 \tag{3}$$

Disse sætninger betegnes "kvadratsætningerne" og er praktiske at kende når man kommer lidt videre med matematikken. For at vise at omskrivningerne er korrekte, kan man blot udregne venstresiderne, reducere og se om resultatet passer med højresiden. Lad os se på dem én efter én.

1. Udtrykket $(a+b)^2$ betyder pr. definition

   $$(a+b)^2 = (a+b)(a+b).$$

   Højresiden ganges ud ved at gange alle led i første parentes med alle led i anden parentes:

   $$\begin{aligned}(a+b)^2 &= (a+b)(a+b) \\ &= a \cdot a + a \cdot b + b \cdot a + b \cdot b \\ &= a \cdot a + a \cdot b + a \cdot b + b \cdot b \\ &= a^2 + 2ab + b^2\end{aligned}$$

   Hermed er ligning (1) bevist.

2. Lad os dernæst se ligning (2). Der gælder igen pr. definition

   $$(a-b)^2 = (a-b)(a-b).$$

   Højresiden ganges ud ved at gange alle led i første parentes med alle led i anden parentes:

   $$\begin{aligned}(a-b)^2 &= (a-b)(a-b) \\ &= a \cdot a - a \cdot b - b \cdot a + b \cdot b \\ &= a \cdot a - a \cdot b - a \cdot b + b \cdot b \\ &= a^2 - 2ab + b^2.\end{aligned}$$

   Hermed er ligning (2) bevist.

3. Lad os til sidst se på den sidste sætning. Vi udregner venstresiden af ligning (3) og reducerer.

   $$\begin{aligned}(a+b)(a-b) &= a \cdot a - a \cdot b + b \cdot a - b \cdot b \\ &= a^2 - ab - ab - b^2 \\ &= a^2 - b^2.\end{aligned}$$

   Hermed er ligning (3) også bevist.