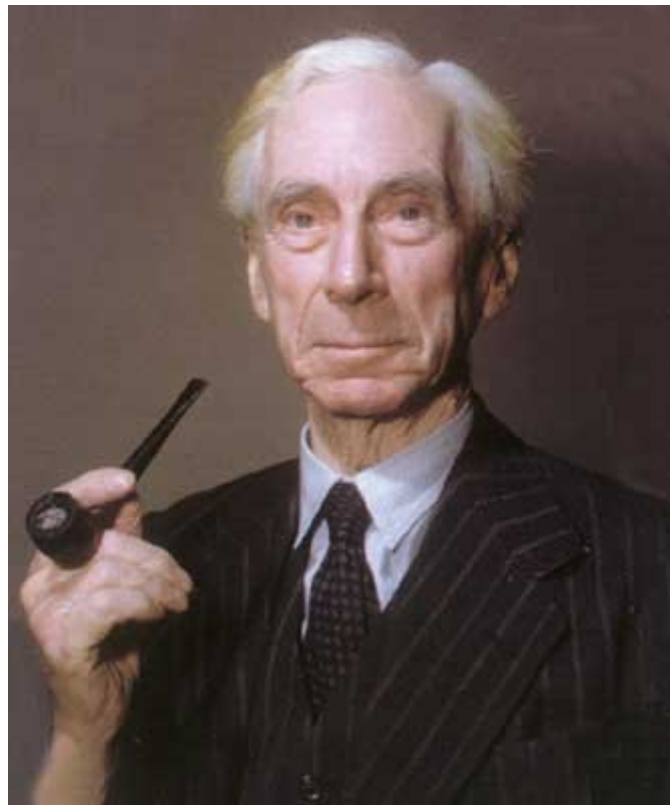


Portræt af matematikeren Bertrand Russell



skrevet af Flemming Chr. Nielsen
bragt i DSB's magasin Ud & Se
august 2007

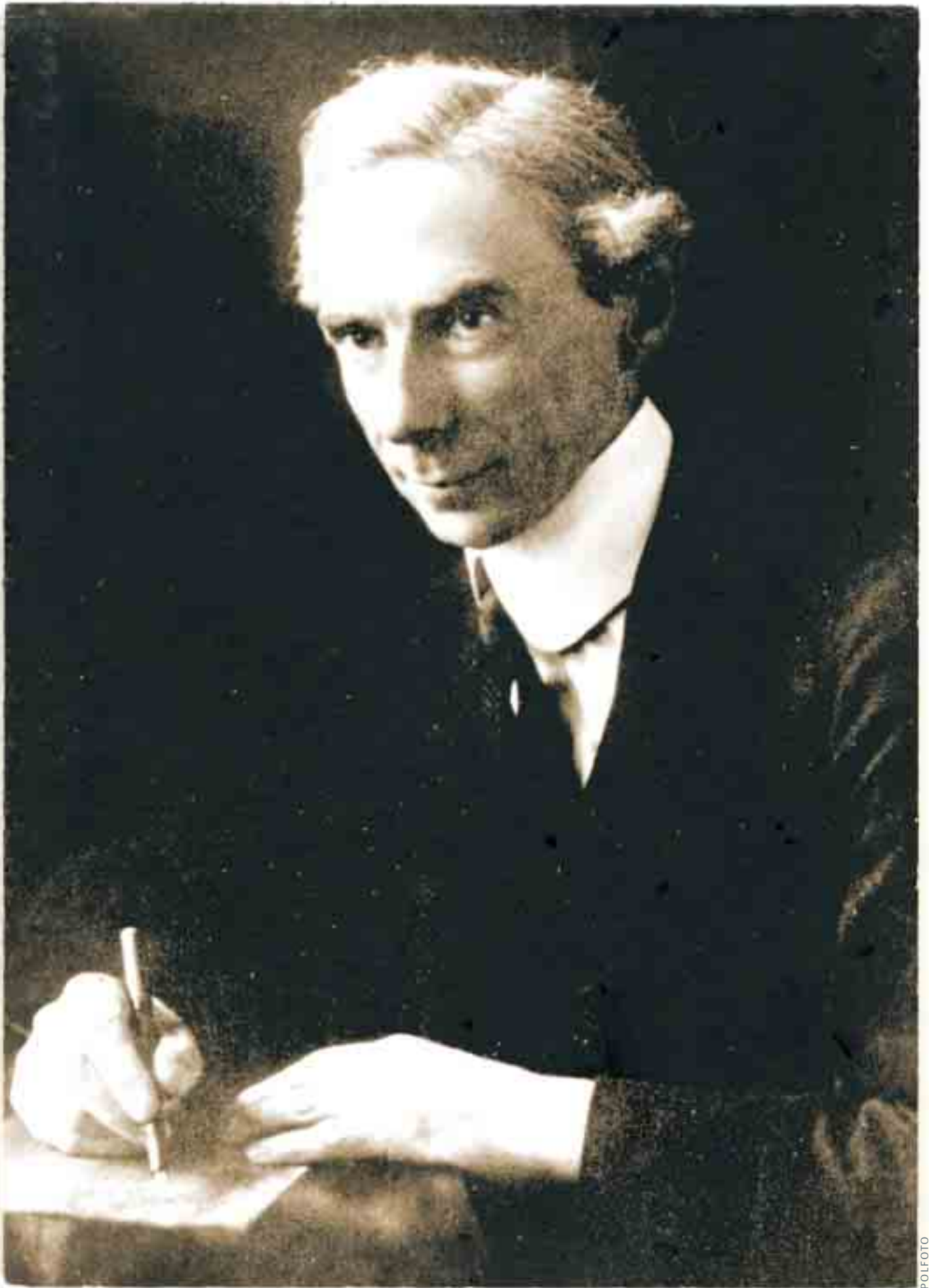
(artiklen bringes her på siden efter aftale med Flemming Chr. Nielsen og Ud & Se)

TEKST FLEMMING CHR. NIELSEN

Den dritrættige barber

Den engelske matematiker **Bertrand Russell** var tæt på at få matematikken til at kollapse. Hans paradoks chokerede de matematiske koryfæer, og da han også brugte sin logik som politisk ragekniv, måtte han to gange i sit liv gå i fængsel







HAN VAR EN stiltfærdig og genert mand, der stod med ryggen til auditoriet, når han forelæste. Han skrev også bøger om matematikkens grundlag, men de blev ikke læst, og han måtte selv betale for deres udgivelse. I næsten 40 år var Gottlob Frege professor i matematik ved universitetet i Jena, og kun i England havde han uden at vide det en ivrig læser, der slugte det hele. Denne englænder var vokset op i det højeste aristokrati. Hans bedstefar havde været premierminister, og hans tipoldefar var berømt geolog og ven med Charles Darwin. Hans gudfar var filosofen og økonomen John Stuart Mill. Drengen vakte skandale i sin fornemme familie, da han som 11-årig pure nægtede at godtage Euklids aksiomer, der ellers var matematikkens fundament og ABC

for generationer af skoleelever. Ikke at tro på den gamle græske matematiker Euklid var lige så ugudeligt som at betvivle Bibelen. Den opsætsige skoledreng hed Bertrand Russell og var født i 1872. Omkring århundredskiftet gjorde han en matematisk opdagelse, som han mente, at Gottlob Frege i Jena burde indvies i. Han skrev derfor et venligt brev til den tyske matematiker og kunne ikke ane, at han den sommerdag i 1902 fik Gottlob Freges verden til at bryde sammen.

Tyskeren var netop ved at lægge sidste hånd på en bog om aritmetikkens grundlove, og brevet fra Bertrand Russell var en bombe, der eksploderede i hans studerekammer og splintrede bogens argumentation. Englænderen havde opdaget et farligt paradoks dybt inde i matematikken. Hurtigt rygtedes det, at der var tale om en katastrofe, som råbte på omgående indsats. Og det var ikke bare Gottlob Frege i Jena, der blev chokeret. Så havde

skaden nok været til at overse. Men det samme blev matematikerne Georg Cantor i Halle, Richard Dedekind i Braunschweig og David Hilbert i Göttingen. Alle Europas matematiske koryfæer stødte panden imod en mur. Og de kunne ikke bortforklare problemet med, at englænderen bare var en pindehugger.

Barberen i Sevilla

Den bombe, Frege modtog, var altså tæt på at få hele matematikken til at kollapse. Kun matematikere begriber paradoksets fundamentale gru, men selv i en populær udgave er det chokerende. Og Russell har heldigvis givet et ikkematematisk eksempel på sit paradoks: En barber i en by (lad os bare forestille os, at det er ham i Sevilla) skal barbere alle de mænd i byen, der ikke barberer sig selv. Det lyder som en ret fornuftig instruks, og barberen går trøstigt i gang, men snart står han med det uløselige problem, om han også

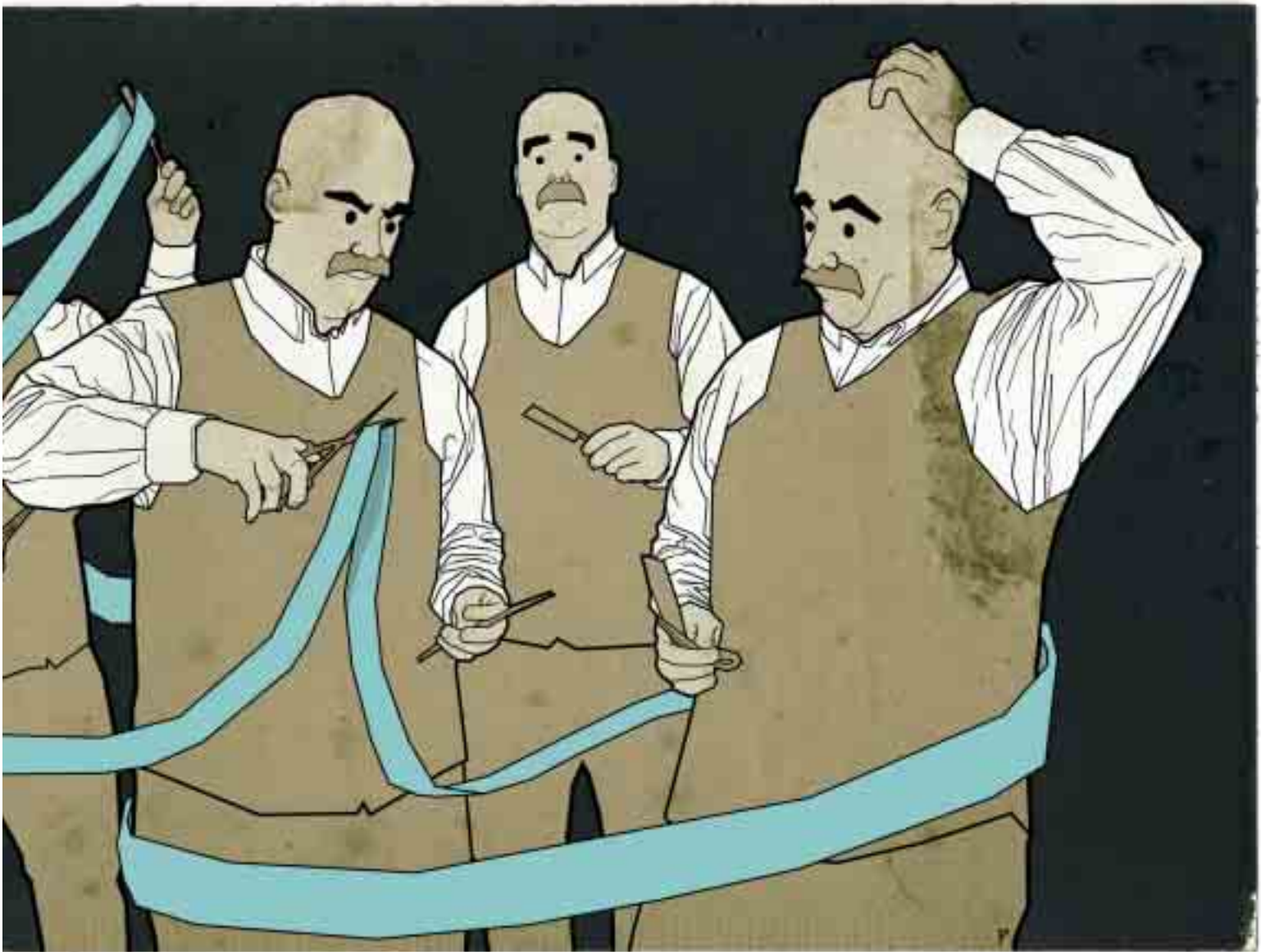


ILLUSTRATION PETER HERMANN

skal barbere sig selv? Hvis han barberer sig selv, overtræder han instruksen om at barbere dem, der ikke barberer sig selv. Hvis han ikke barberer sig selv, overtræder han samme instruks. Oversat til matematisk formelsprog handler paradokset selvfølgelig ikke om en barber i Sevilla. Det gælder hele den matematiske mængdelære. En mængde er for eksempel tallene 1, 2, 3 og 4. En anden mængde er mængden af alle danske finansministre. En tredje mængde kan være mængden af alle mennesker og så videre. Hvis man så spørger, om en mængde er medlem af sig selv, begynder bomben at tikke. Det er klart, at mængden af alle mennesker ikke selv er et menneske. Mængden, der består af alle danske finansministre, er heller ikke selv en finansminister. Det ser på den måde ud til, at de fleste mængder ikke er medlem af sig selv, men man kan alligevel godt finde mængder, som er det: Mængden, der består af alle mængder, er i sig

selv en mængde. En mængde kan altså enten være medlem af sig selv eller ej. Men Russells paradoks fremkommer, hvis vi nu opfinder den mængde, der består af alle de mængder, som ikke er medlem af sig selv. Den mængde svarer altså til barberen, der barberer alle, som ikke barberer sig selv. Hvis den mængde er medlem af sig selv (barberen barberer sig selv), er den samtidig en mængde, som ikke er medlem af sig selv (barberen barberer ikke sig selv). Og omvendt: Hvis den ikke er medlem af sig selv, er den medlem af sig selv. Den er altså medlem af sig selv, hvis og kun hvis den ikke er det. Eller barberen barberer sig selv, hvis og kun hvis han ikke barberer sig selv.

Den umulighed i og uden for en barbersalon kan fremkalde et hårdnakket anfald af hovedpine, for hvordan skal det lade sig gøre at opstille en matematisk teori for mængder, når man løber ind i de vanskeligheder? På en eller anden måde må man finde ud af at

sondre mellem forskellige typer af mængder. Gottlob Frege i Jena bankede i afmagt hovedet ind i tavlen. Logikken var pludselig blevet en håndgribelig trussel mod hans og alverdens matematik.

Logikkens spøgelse

Vi lader os altså nemt narre af et sprog, der intuitivt ser fornuftigt ud. Til daglig kan vi kommunikere alligevel og endda imod den avancerede logiks regler. Der er alligevel så mange andre former for støj, der påvirker kommunikationen. Men hvis man lader sig narre i matematik, bryder hele bygningen sammen. Og Russells paradoks fik den smukke mængdelære til at vakle og skælve. Hvad er et matematisk bevis værd, hvis logikken på forhånd er undermineret? Året efter, at Russell sendte sit paradoks til Frege, grundlagde han sin egen berømmelse med en bog om matematikkens principper, og sammen →

Forgæves henviser **Albert Einstein** til at 'store ånder altid er blevet angrebet af middelmådigheder, som ikke fatter, hvordan et menneske med mod og ærlighed kan bruge sin intelligens i stedet for tankeløst at ligge under for nedarvede fordomme'.

med sin matematikprofessor fra Cambridge, A.N. Whitehead, gik han derefter i gang med at skrive et imponerende trebindsværk 'Principia Mathematica'. De næsten 2000 sider var et forsøg på at udlede alle matematikkens grundbegreber af logiske principper og slippe af med det uhyggelige paradoks. Det mente Russell og Whitehead, at de kunne gøre ved at opstille et helt hierarki af mængder. På den måde så det ud til, at de undgik den drilagtige barber. I 'Principia Mathematica' eksisterer han slet ikke. Han er tilsyneladende et spøgelse, der er manet i jorden. (Det er så en helt anden historie, at det var han alligevel ikke. I 1931 viste den tyske matematiker Kurt Gödel, at der tværtimod er masser af spøgelse i matematikken – mere om Kurt Gödel i næste nummer af Ud & Se.) Men Bertrand Russell sender ikke kun chokbølger igennem matematikken. Med sin logik og matematik under armen bruger den stringente matematiker sin metode som en politisk rakekniv, der gang på gang skaber vanskeligheder for hans karriere. Han angriber seksualmoralen og de religiøse dogmer og opfatter begge dele som myter og misforståelser. Han kalder USA en fare for verdensfreden og er pacifist i alle andre henseender, end når det gælder kampen mod

nazismen. De konstante udfald mod den virkelige verden vakte samme opsigt, som brevet til Gottlob Frege havde givet anledning til i den matematiske. Men de førte ikke til en debat om logikkens grundlag. Derimod til kort proces: Tre år efter udgivelsen af 'Principia Mathematicas' sidste bind i 1913 blev Russell fyret fra sin stilling som lektor ved universitetet i Cambridge, fordi han agiterede for pacifismen, og i 1918 blev han idømt seks måneders fængsel for sin kritik af det amerikanske militær. Fængselsopholdet brugte han til at skrive en introduktion til matematisk filosofi.

Storm over Manhattan

Da den tidligere matematiske straffefange i 1941 får tilbudt et professorat i New York City, er hans angreb på kristendom og seksualmoral for længst nået over Atlanten. Tilmed er han gift for tredje gang, og hans rygte er så spoleret, at hans ansættelse rejser en storm på Manhattan. Han skal forske i matematikkens grundlag og forelæse over talbegrebet med særligt henblik på Peanos aksiomsystem for aritmetikken. Ansættelsesudvalget mener ikke at kunne finde en mere kyndig mand på det felt, men før den verdensberømte matematiker når ind i auditoriet, afsiger byretten i New York den dom, at 'Mr. Russells forskning ikke blot kan underminere de studerendes moral, men også bringe dem og i visse tilfælde deres forældre i konflikt med straffeloven'.

Forgæves henviser en universitetskollega som Albert Einstein til, at 'store ånder altid er blevet angrebet af middelmådigheder, som ikke fatter, hvordan et menneske med mod

og ærlighed kan bruge sin intelligens i stedet for tankeløst at ligge under for nedarvede fordomme'.

Den amerikanske domstol er urokkelig. Det samme er offentligheden og medierne. Og de har gode kort på hånden, for Mr. Russell har jo ikke bare givet anledning til moralsk opstandelse. Med et spidsfindigt paradoks har ballademageren engang skabt splid blandt ellers så uanfægtelige folk som matematikere! Domstolen forholdt sig derimod tavs, da Bertrand Russell i 1950 blev tildelt Nobelprisen og 10 år efter den danske Sonning-pris. Lige indtil sin død som 97-årig kan den hvidhårede filosof i ulasteligt jakkesæt ses som deltager i sitdowndemonstrationer mod atomvåben. I 1961 har han igen siddet i fængsel, fordi han opfordrer til civil ulydighed og militærnægtelse. Det såkaldte Russell-tribunal, der skulle dokumentere USAs krigsforbrydelser i Vietnam og i 1967 holdt session i Roskilde, er naturligvis opkaldt efter ham. Som politisk provokatør er Bertrand Russell dog glemt i dag, men han regnes for én af det 20. århundredes allerstørste matematikere. På et tidspunkt, hvor alle mente, at matematisk logik var det fuldendte bygningsværk, sendte hans paradoks en bombe lige ind i fundamentet. Men modsat andre bombemænd gjorde han det som en udfordring til intelligensen. 'Intelligens har skabt vore problemer', skriver han, 'og det er ikke mangel på intelligens, der skal kurere dem'. ■

Flemming Chr. Nielsen er journalist og cand. scient. i matematik. Han har oversat Bertrand Russells 'Hvorfor jeg ikke er kristen' til dansk.

MATEMATIKKENS STJERNER

Dette er det andet af tre portrætter af matematiske genier. I det næste nummer af Ud & Se kan du læse om tyskeren Kurt Gödel.